

**Zadanie**

1)

Liczba składowych reakcji podporowych:  $r = 3$

Liczba prętów:  $p = 9$

Liczba węzłów:  $w = 6$

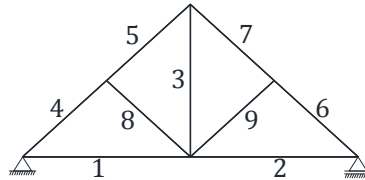
Stopień statycznej niewyznaczalności układu:

$$n_s = r + p - 2w = 3 + 9 - 2 \cdot 6 = 0$$

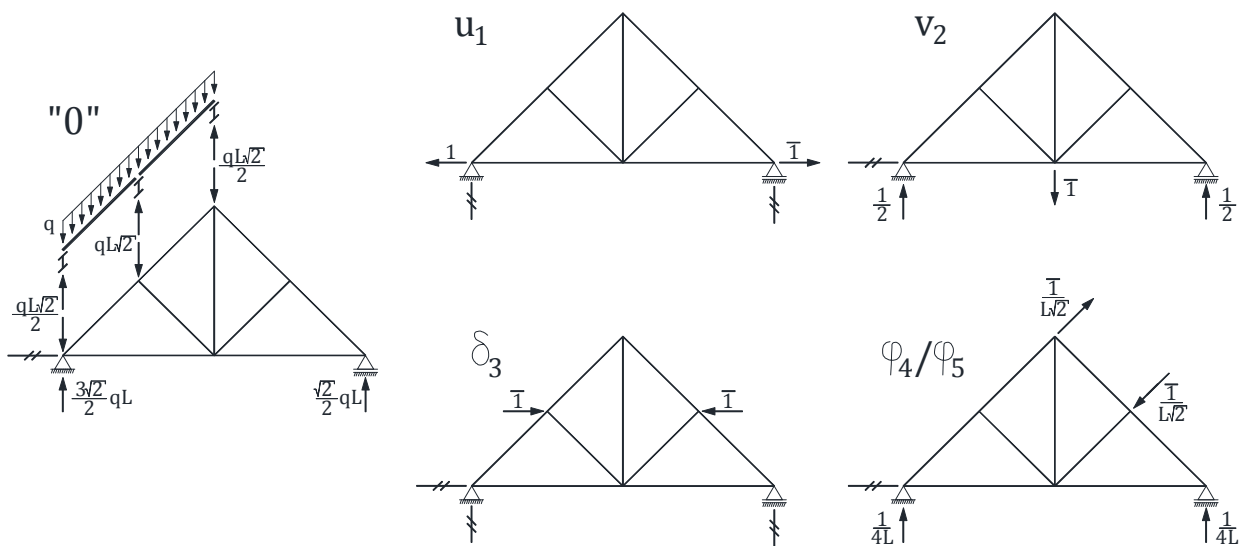
Wobec tego układ jest statycznie wyznaczalny.

2)

Przyjęto następującą numerację prętów.



Poniżej zaprezentowano niezbędne do wyznaczenia poszczególnych przemieszczeń układy obciążeń wraz z reakcjami. Wartości sił przedstawiono w tabeli.



Nr pręta	Długość [m]	Siły w prętach				
		„0”	$u_1$	$v_2$	$\delta_3$	$\varphi_4$ i $\varphi_5$
1	$2L$	$qL\sqrt{2}$	1	0.5	0	$-\frac{1}{4L}$
2	$2L$	$\frac{qL\sqrt{2}}{2}$	1	0.5	0	$\frac{1}{4L}$
3	$2L$	$\frac{qL\sqrt{2}}{2}$	0	1	1	$\frac{1}{2L}$
4	$L\sqrt{2}$	$-2qL$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{4L}$
5	$L\sqrt{2}$	$-qL$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{4L}$
6	$L\sqrt{2}$	$-qL$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{4L}$
7	$L\sqrt{2}$	$-qL$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{4L}$
8	$L\sqrt{2}$	$-qL$	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
9	$L\sqrt{2}$	0	0	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2L}$

Przemieszczenie w układzie kratowym:

$$\delta_i = \sum_i \frac{S_0 S_i}{(EA)_i} l_i$$

Wartości poszczególnych przemieszczeń:

$$u_1 = \frac{1}{EA} \left( qL\sqrt{2} \cdot 1 \cdot 2L + \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot 1 \cdot 2L \right) = 3\sqrt{2} \frac{qL^2}{EA} = 3\sqrt{2} \frac{2 \cdot 1.2^2}{21000 \cdot 27.24} = 21.36 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$v_2 = \frac{1}{EA} \left( qL\sqrt{2} \cdot 0.5 \cdot 2L + \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot 0.5 \cdot 2L + \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot 1 \cdot 2L + (-2qL) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot L\sqrt{2} + 3 \cdot (-qL) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot L\sqrt{2} \right) =$$

$$= \frac{10+5\sqrt{2}}{2} \frac{qL^2}{EA} = \frac{10+5\sqrt{2}}{2} \frac{2 \cdot 1.2^2}{21000 \cdot 27.24} = 42.97 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\delta_3 = \frac{1}{EA} \left( \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot 1 \cdot 2L + 3 \cdot (-qL) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cdot L\sqrt{2} \right) = (3 + \sqrt{2}) \frac{qL^2}{EA} = (3 + \sqrt{2}) \frac{2 \cdot 1.2^2}{21000 \cdot 27.24} = 22.22 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

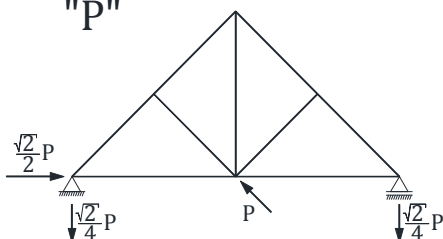
$$\varphi_4 = \varphi_5 = \frac{1}{EA} \left( qL\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{4L}\right) \cdot 2L + \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{4L} \cdot 2L + \frac{qL\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2L} \cdot 2L + (-2qL) \cdot \frac{\sqrt{2}}{4L} \cdot L\sqrt{2} + (-qL) \cdot \frac{\sqrt{2}}{4L} \cdot L\sqrt{2} + 2 \cdot (-qL) \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{4L}\right) \cdot L\sqrt{2} \right) = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \frac{qL}{EA} = \frac{\sqrt{2}-2}{2} \frac{2 \cdot 1.2}{21000 \cdot 27.24} = -0.614 \cdot 10^{-6} \text{ rad} = -35.20 \cdot 10^{-6} \text{ st.}$$

Wielkości  $\varphi_4$  i  $\varphi_5$  są obrotami końców jednego pręta kratowego, więc należy je utożsamiać z kątem obrotu osi pręta. Wobec tego ich wartości są równe.

3)

Schemat obciążenia wraz z reakcjami

"P"



Należy wyznaczyć przemieszczenie  $u_1$  od siły  $P$ , a następnie zestawić je z wyznaczoną wcześniej wartością tego przemieszczenia.

Na potrzeby obliczeń wystarczy wyznaczyć jedynie siły w prętach 1 i 2, ponieważ tylko w nich nie występują zerowe wartości sił w schemacie  $u_1$ .

$$S_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{4} P$$

$$S_1 = -\frac{\sqrt{2}}{4} P$$

Przemieszczenie poziome węzła 1 od siły  $P$ :

$$u_1(P) = \frac{1}{EA} \left( \left(-\frac{3\sqrt{2}}{4} P\right) \cdot 1 \cdot 2L + \left(-\frac{\sqrt{2}}{4} P\right) \cdot 1 \cdot 2L \right) = -2\sqrt{2} \frac{PL}{EA}$$

Wyznaczenie siły  $P$ :

$$u_1 + u_1(P) = 0$$

$$3\sqrt{2} \frac{qL^2}{EA} + \left(-2\sqrt{2} \frac{PL}{EA}\right) = 0$$

$$P = \frac{3}{2} qL = \frac{3}{2} \cdot 2 \cdot 1.2 = 3.6 \text{ kN}$$