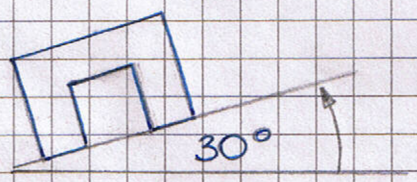
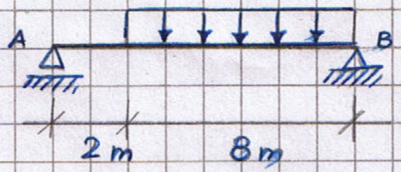
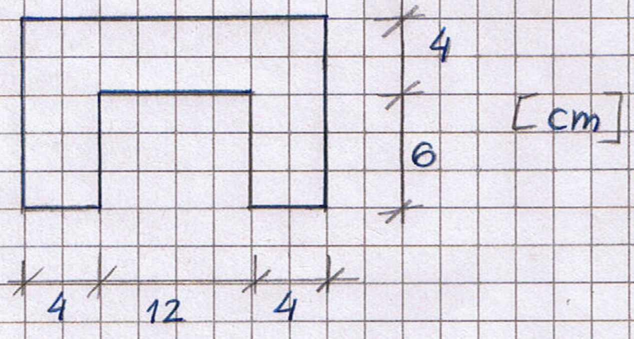
Zad. Dla belki o podanym schemacie statycznym i przekroju poprzecznym sporządzić wykres naprężeń normalnych.

ZGINANIE UKOŚNE



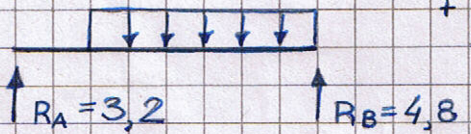




ROZWIĄZANIE :

1° Wyznaczenie maksymalnego momentu zgin.

wyznaczenie reakcji :



$+\circlearrowright \ \Sigma M_A = 0 \qquad R_B \cdot 10 - (1 \cdot 8) \cdot 6 = 0$

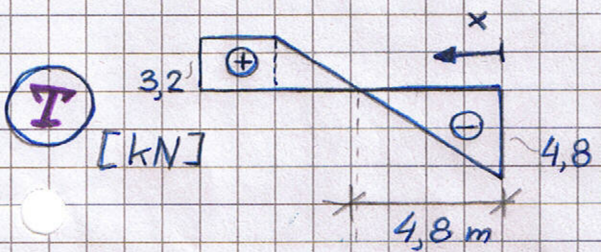
$R_B = 48 : 10$

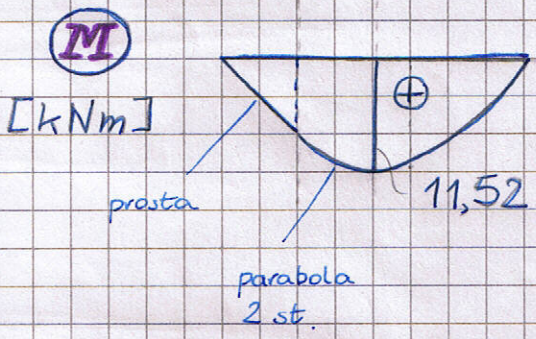
$R_B = 4,8$

$+\circlearrowleft \ \Sigma M_B = 0 \qquad R_A \cdot 10 - (1 \cdot 8) \cdot 4 = 0$

$R_A = 32 : 10$

$R_A = 3,2$





sprawdzenie:

$+\uparrow \ \Sigma P_y = 0 \qquad R_A + R_B - q \cdot 8 = 0$

$0 = 0$ ok!

$T(x) = -4,8 + 1 \cdot x = 0$ (wyznaczenie miejsca x dla M_{max})

dla $x = 4,8$

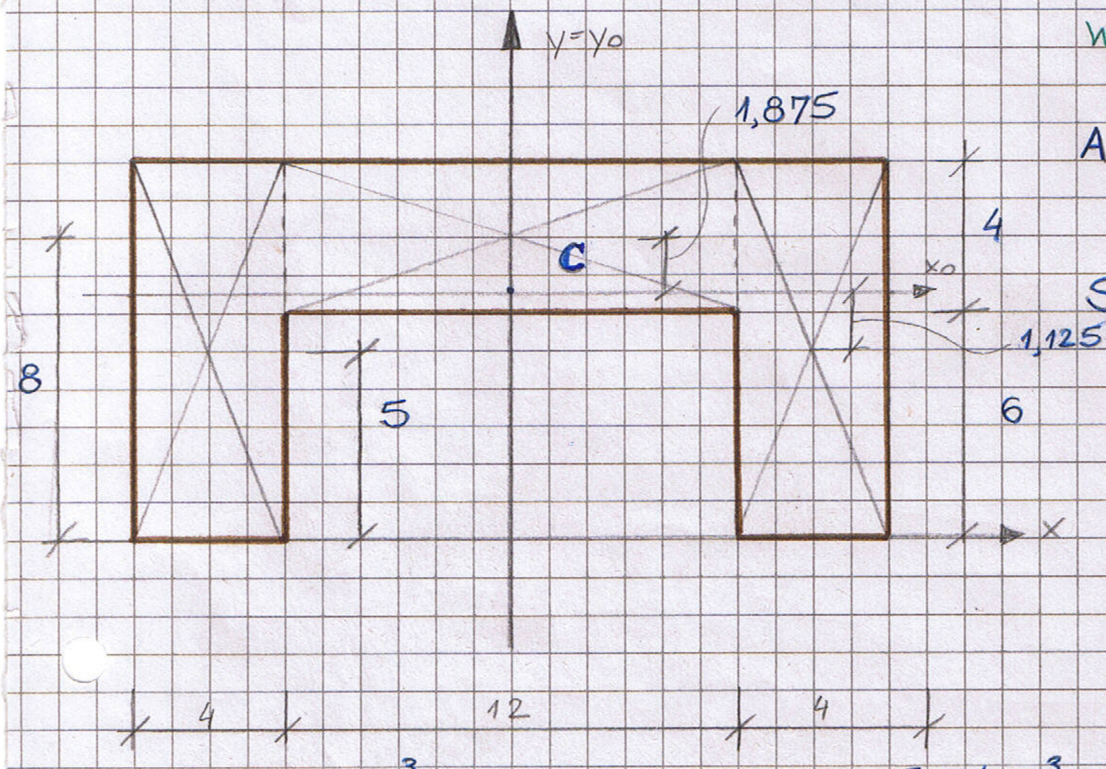
funkcja momentów zginających

$M(x) = 4,8 \cdot x - \frac{x^2}{2}$

$M_{max} = M(x=4,8) = 11,52 \text{ kNm} =$

$= 1152 \text{ kNcm}$

2° Charakterystyka przekroju (I_x, I_y)



Wyznaczenie środka ciężkości bryły

$$A = 2\cdot(4\cdot 10) + 4\cdot 12 = 128\ cm^2$$

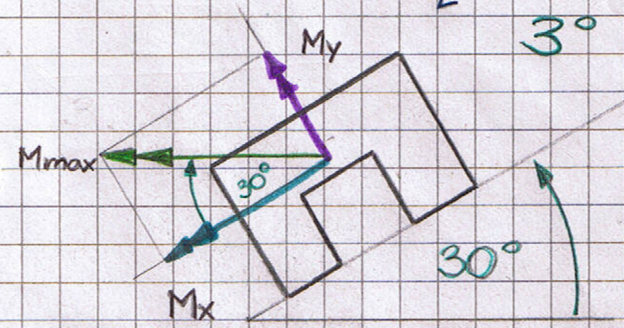
$$S_x = 2\cdot(4\cdot 10)\cdot 5 + 12\cdot 4\cdot 8 = 784\ cm^3$$

$$y_c = \frac{S_x}{A} = 6{,}125\ cm$$

$$I_x = \frac{12\cdot 4^3}{12} + (12\cdot 4)\cdot(1{,}875)^2 + 2\cdot\left[\frac{4\cdot 10^3}{12} + 10\cdot 4\cdot 1{,}125^2\right] =$$

$$= 1000{,}667\ cm^4$$

$$I_y = \frac{4\cdot 12^3}{12} + 2\cdot\left[\frac{10\cdot 4^3}{12} + 10\cdot 4\cdot 8^2\right] = 5802{,}667\ cm^4$$

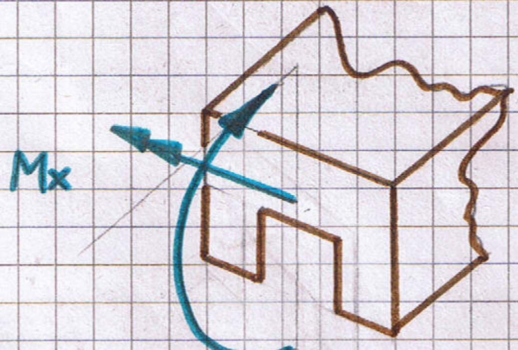


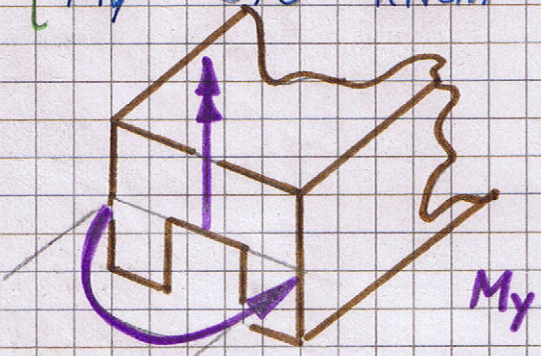
3° Rozkład momentu max. na składowe momenty (M_x, M_y)

$$\frac{M_x}{M_{max}} = \cos 30° \Rightarrow M_x = M_{max}\cdot\cos 30°$$

$$\frac{M_y}{M_{max}} = \sin 30° \Rightarrow M_y = M_{max}\cdot\sin 30°$$

$$\begin{cases} M_x = 997{,}66\ kNcm \\ M_y = 576\ kNcm \end{cases}$$

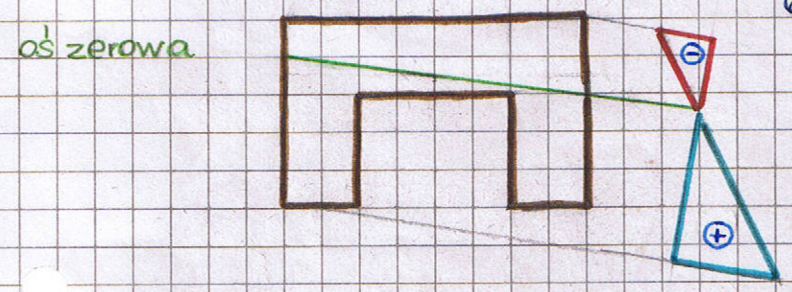




4° Naprężenia normalne (zginanie ukośne)

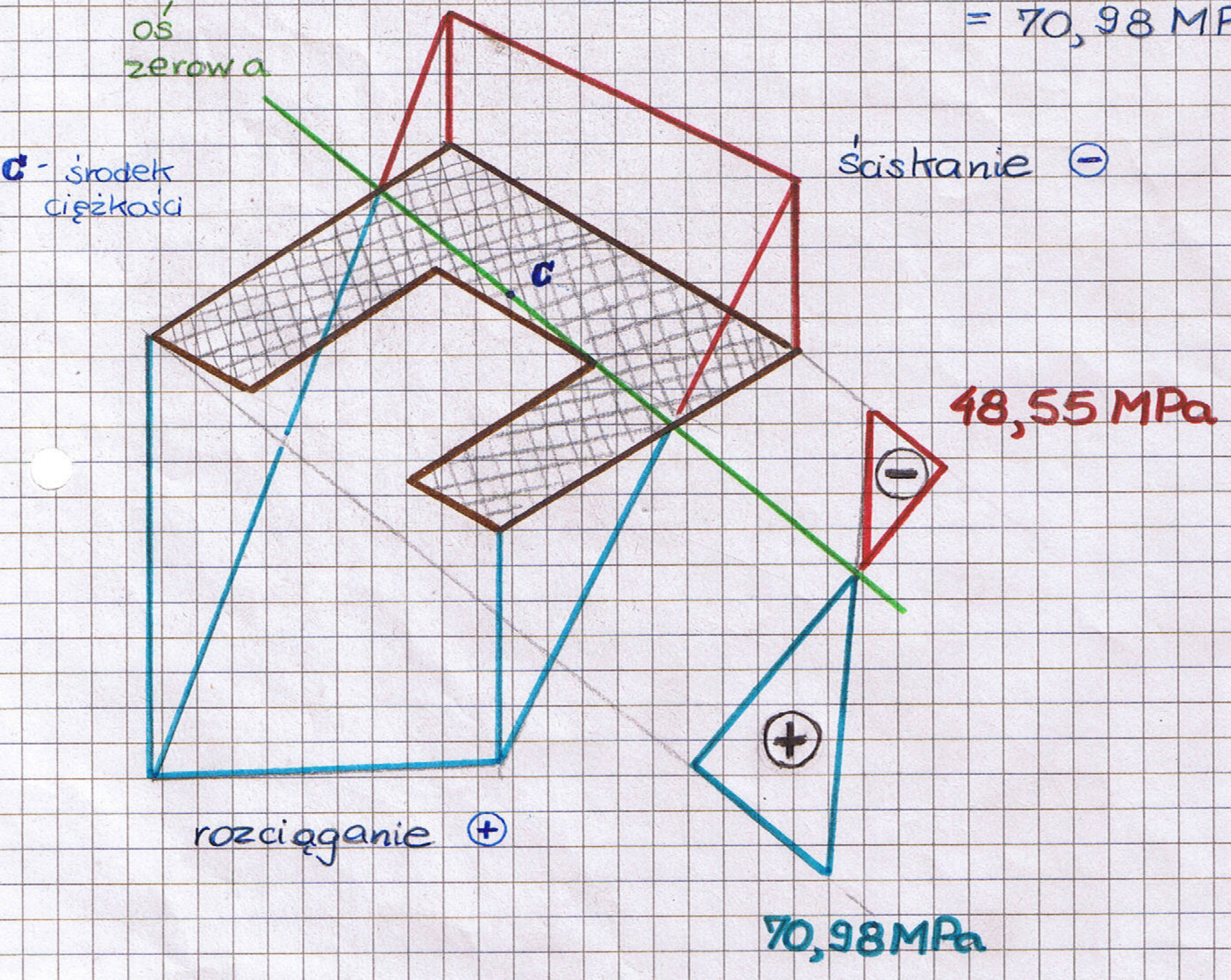
$$\sigma(x,y) = \frac{M_x}{I_x} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot x = 0{,}997y + 0{,}0992x$$

oś zerowa $\sigma(x,y) = 0$ $y = -0{,}0995x$



$\sigma(x=10, y=3{,}875) = 4{,}855 \frac{kN}{cm^2} =$
$= 48{,}55 \, MPa$

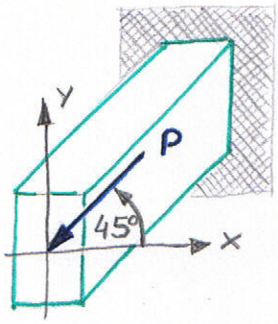
$\sigma(x=10, y=6{,}125) = 7{,}098 \frac{kN}{cm^2} =$
$= 70{,}98 \, MPa$

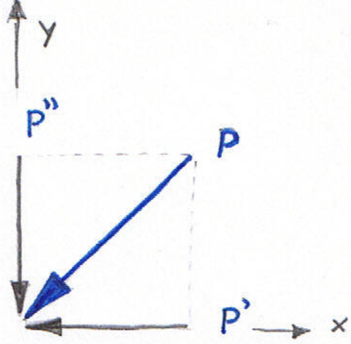


Dodatek: Zginanie ukośne

Wyznaczanie położenia osi zerowej

PRZEWIDYWANIE





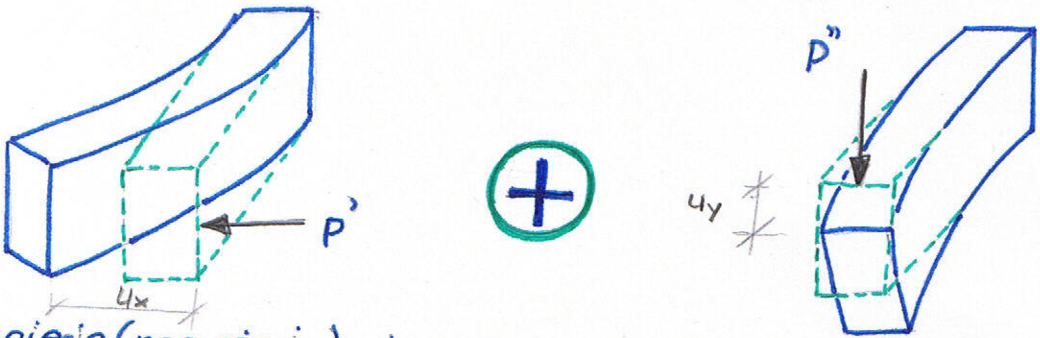
$P' = P''$

P' – składowa równoległa do osi x

P'' – składowa równoległa do osi y

w sytuacji $I_y < I_x$

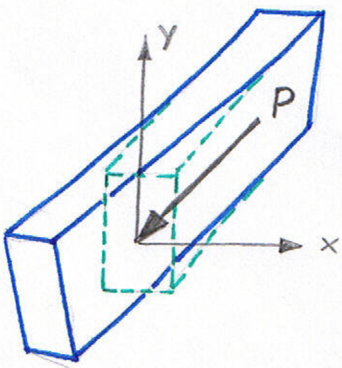
dla P' | dla P''

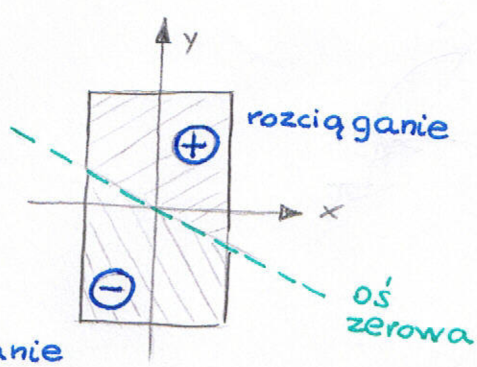


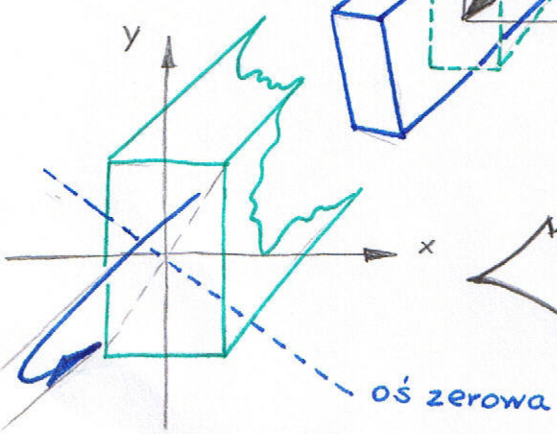
ugięcie (naprężenia) od składowej P' większe niż dla składowej P'' ponieważ $I_y < I_x$, a $P' = P''$

$$\sigma_i = \frac{M_i}{I_i} \cdot x_i$$

Stan sumaryczny (działanie siły P)



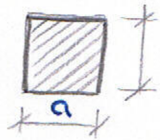




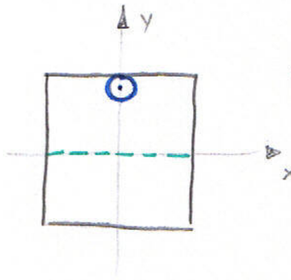
na podstawie wyobrażonej deformacji potrafimy przewidzieć położenie osi zerowej, pozwala nam to na weryfikowanie wyników obliczeń

Podobnie wygląda problem dla r/ś mimośrodowego

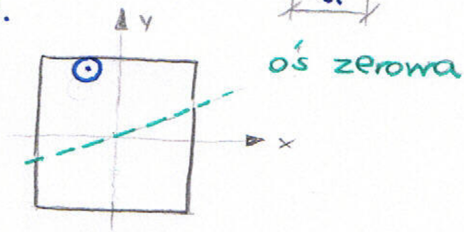
przekrój - kwadrat a x a



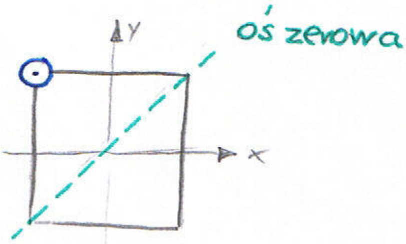
a).



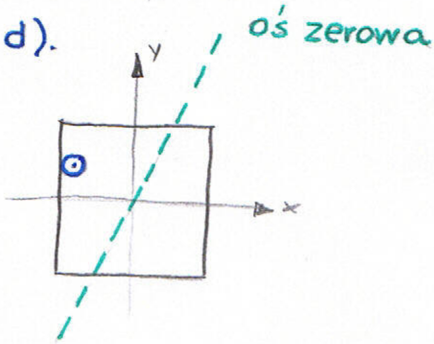
b).



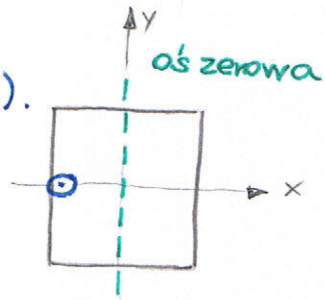
c).



d).

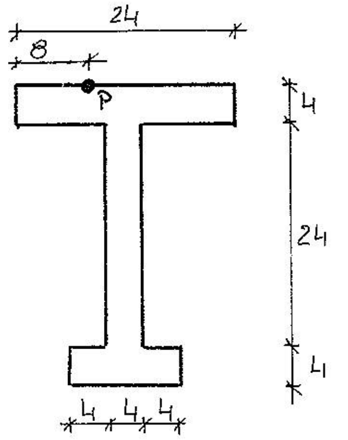


e).



Zadanie [Ściskanie mimośrodowe]

Wyznaczyć wykres naprężeń normalnych dla poniższego przekroju, wywołanych siłą ściskającą o wartości 200kN.



$P = 200\,[kN]$ (ściskająca)

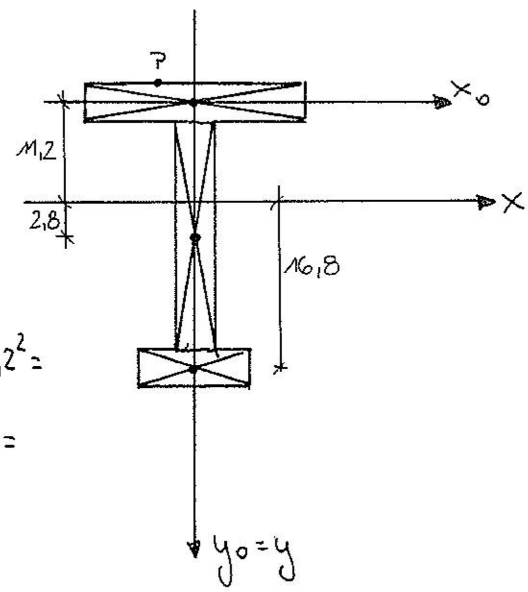
[cm]

1° Charakterystyki geometryczne przekroju:

$A = 4\cdot(24+24+12) = 240\,[cm^2]$

$S_{x_0} = 24\cdot4\cdot14 + 12\cdot4\cdot28 = 2688\,[cm^3]$

$y_c = \frac{S_{x_0}}{A} = \frac{2688}{240} = 11{,}2\,[cm]$



$$I_x = \frac{12\cdot4^3}{12} + 12\cdot4\cdot16{,}8^2 + \frac{4\cdot24^3}{12} + 24\cdot4\cdot2{,}8^2 + \frac{24\cdot4^3}{12} + 24\cdot4\cdot11{,}2^2 =$$

$$= 64 + 13547{,}52 + 4608 + 752{,}64 + 128 + 12042{,}24 =$$

$$= 31142{,}4\,[cm^4]$$

$$I_y = \frac{4\cdot24^3}{12} + \frac{24\cdot4^3}{12} + \frac{4\cdot12^3}{12} = 5312\,[cm^4]$$

2° Siły wewnętrzne w przekroju:

$N = -200\,[kN]$

$|M_x| = 200\cdot13{,}2 = 2640\,[kNcm]$

$|M_y| = 200\cdot4 = 800\,[kNcm]$

3° Funkcja naprężeń

$$\sigma(x,y) = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{J_y} x + \frac{M_x}{J_x} y$$

$$\sigma(x,y) = \frac{-200}{240} + \frac{800}{5312} x + \frac{2640}{31142,4} y$$

$$\boxed{\sigma(x,y) = -0,8333 + 0,1506\,x + 0,0848\,y}$$

4° Równanie osi obojętnej (brak naprężeń)

$$\sigma(x,y) = 0 \iff -0,8333 + 0,1506x + 0,0848y$$

$$0,0848y = 0,8333 - 0,1506x$$

$$\boxed{y = 9,8267 - 1,7759x}$$

(poszukujemy punktów przecięcia osi obojętnej z osiami x i y:)

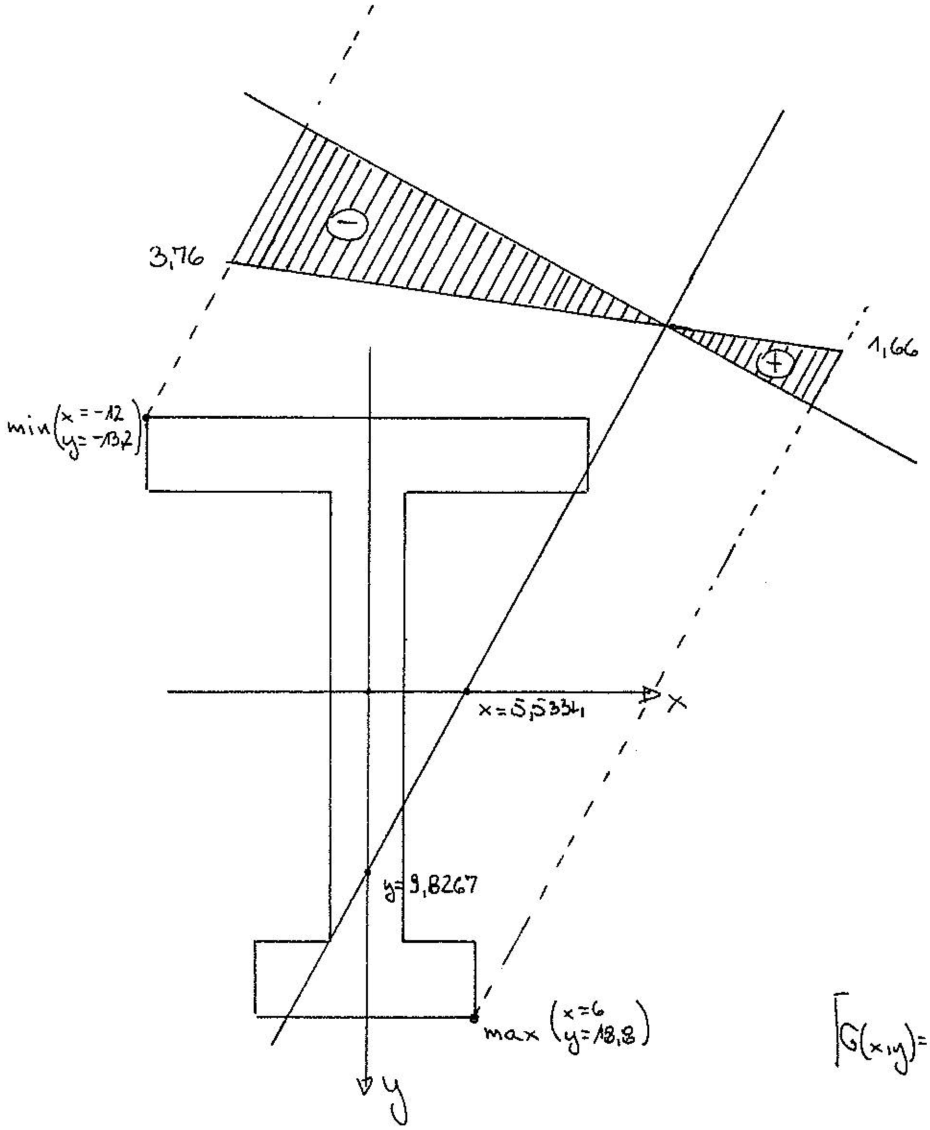
$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 9,8267 \end{cases}$$

$$y = 0 \Rightarrow 1,7759x = 9,8267$$

$$x = 5,5334$$

$$\begin{cases} x = 5,5334 \\ y = 0 \end{cases}$$

5° Wykres naprężeń i wartości ekstremalne:



$$\boxed{\sigma(x,y) = -0{,}8333 + 0{,}1506\,x + 0{,}0848\,y}$$

$$\sigma_{max} = \sigma\begin{pmatrix} x=6 \\ y=18{,}8 \end{pmatrix} = -0{,}8333 + 0{,}1506 \cdot 6 + 0{,}0848 \cdot 18{,}8 = 1{,}66 \left[\frac{kN}{cm^2}\right]$$

$$\sigma_{min} = \sigma\begin{pmatrix} x=-12 \\ y=-13{,}2 \end{pmatrix} = -0{,}8333 + 0{,}1506 \cdot (-12) + 0{,}0848 \cdot (-13{,}2) = -3{,}76 \left[\frac{kN}{cm^2}\right]$$